

Exercice 5. Optimisation de bénéfice**13 points**

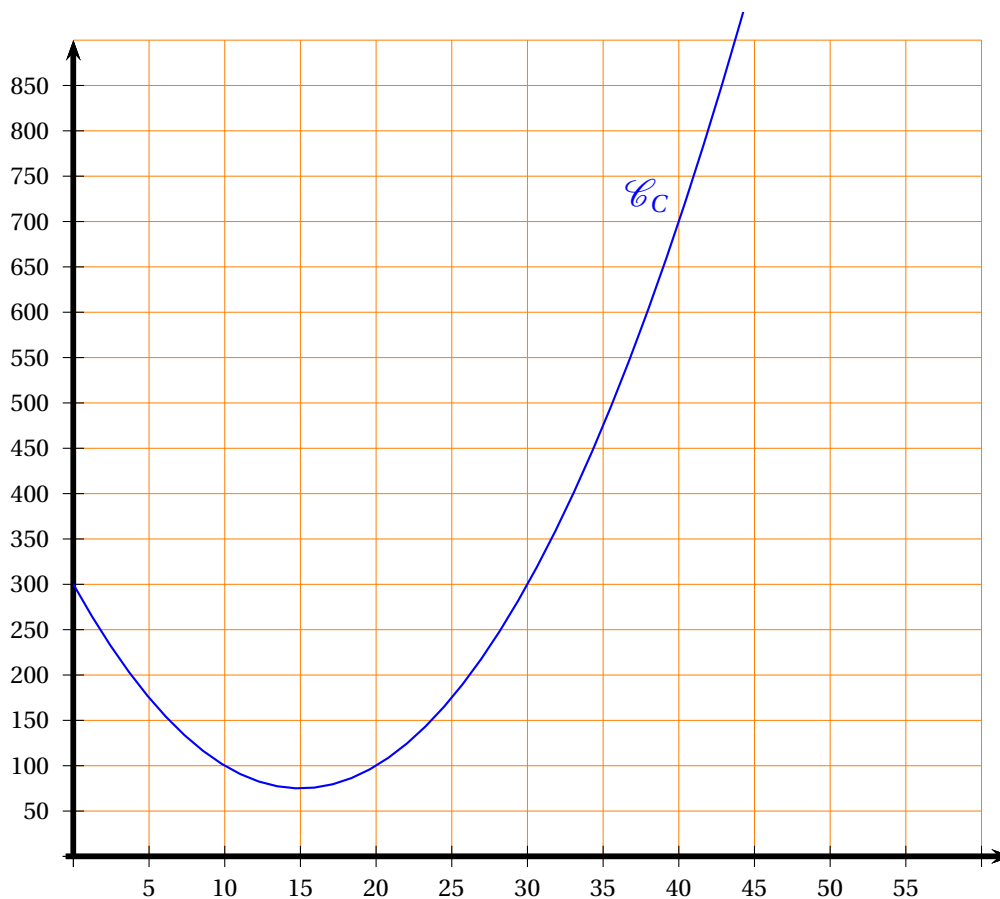
Une entreprise fabrique chaque jour x milliers d'objets avec $x \in [0; 60]$. Le coût total de production de ces objets, exprimé en milliers d'euros, est donné par :

$$C(x) = x^2 - 30x + 300$$

1. [2 points] Étudier les variations de C sur $[0; 60]$ et dresser le tableau de variation en faisant figurer les images aux bornes.
2. [0,5 point] Chaque objet fabriqué est vendu au prix unitaire de 10 euros. Calculer, en fonction de x , la recette $R(x)$ exprimée aussi en milliers d'euros.
3. [1 point] Justifier que le bénéfice, exprimé aussi en milliers d'euros, réalisé pour la production et la vente de x milliers d'objets est donné, pour $x \in [0; 60]$, par :

$$B(x) = -x^2 + 40x - 300$$

4. [3 points] Étudier les variations de B sur $[0; 60]$ et dresser le tableau de variation en faisant figurer les images aux bornes.
5. [1 point] En déduire la quantité à produire permettant à l'entreprise de réaliser un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal?
6. [3 points] Inéquation et interprétation.
 6. a. Résoudre l'inéquation $B(x) \geq 0$.
 6. b. Déduire de la question précédente les quantités que l'entreprise doit produire et vendre pour que la production soit rentable.
7. [1,5 points] Sur le deuxième graphique de l'annexe, on a tracé $\mathcal{C}_C$, la courbe représentative de la fonction C . Construire $\mathcal{C}_R$, la courbe représentative de la fonction recette R et expliquer comment graphiquement retrouver le résultat de la question précédente.
8. [1 point] Retrouver graphiquement le bénéfice maximal. Expliquez votre raisonnement et visualisez ce bénéfice maximal sur le graphique à l'aide de couleur.

Graphique de l'exercice 5

Exercice 1. QCM

5 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Chaque question ci-après comporte quatre propositions de réponse. Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. On ne demande pas de justification. Chaque réponse exacte rapportera 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève de point.

Question 1 (d'après bac 2016)

Le prix d'un produit est passé de 200 € à 100 €.
Cette évolution correspond à deux baisses successives et identiques d'environ :

- a. 50 % b. 25 % c. 29 % d. 71 %

Question 2 (d'après bac 2015)

Pour une puissance électrique donnée, le tarif réglementé du kilowattheure est passé de 0,1140 € au 01/07/2007 à 0,1372 € au 01/07/2014.

Cette augmentation correspond à un taux d'évolution arrondi au centième, chaque année, de :

- a. 1,72 % b. 1,67 % c. 2,68 % d. 1,33 %

Question 3 (d'après bac 2015)

Le prix d'une action a augmenté chaque mois de 5 % et cela pendant 3 mois consécutifs.
Globalement, le prix de l'action a été multiplié par :

- a. $1,05^3$ b. 1,15 c. $3 \times 1,05$ d. 1,45

Question 4

Si le prix du baril de pétrole augmente une première fois de 50% puis une seconde fois à nouveau de 50%, alors le prix du baril :

- a. a doublé b. a augmenté de 100% c. a augmenté de 225% d. a augmenté de 125%

Question 5

Après deux augmentations successives de 12% puis de 8%, le prix d'un article ménager est de 665,28€. Le prix initial de l'article était de :

- a. moins de 540 euros b. moins de 545 euros c. plus de 560 euros d. moins de 555 euros

Exercice 2. Appliquer directement les "Savoir Faire"

5.5 points

- [SF₁] Dans un lycée, il y a 900 élèves et 30% de ces élèves sont inscrits en classe de 1^{re} ES.
 - Combien d'élèves sont inscrits en classe de 1^{re} ES ?
 - Il y a 162 filles inscrites en classe de 1^{re} ES. Elle représente 25% du nombre total de filles du lycée. Combien de filles sont inscrites au lycée ?
- [SF₂] Un objet coûte 50 euros ; il diminue de 15%. Quel est son nouveau prix ?
- [SF₃] Un objet coûte 60 euros en janvier 2015 et 135 euros en décembre 2015. Calculer le pourcentage d'évolution du prix de cet article de janvier à décembre.
- [SF₄] Un article augmente de 30% puis baisse de 10%. Quel est le pourcentage d'évolution global correspondant ?
- [SF₅] Le prix de vente d'un objet a augmenté de 25% le 1^{er} juillet. Après le 1^{er} juillet, quelle réduction sur le prix de vente le vendeur doit accorder au client pour que le prix à payer redevienne le prix initial ?
- Un prix augmente de 10%, puis baisse de 20% et est enfin multiplié par 1,3. Calculer le taux d'évolution réciproque permettant de revenir au prix initial après ces trois évolutions.

Exercice 4. A la recherche du taux**5 points**

Un capital de 10 000 euros est placé à un taux de $t\%$ puis l'année suivante au taux de $(t + 2)\%$. Au bout de deux ans, le capital obtenu est de 11 235 euros.

1. [3 points] Expliquez pourquoi t est solution de l'équation :

$$t^2 + 202t - 1035 = 0$$

2. [2 points] Calculer le taux t .

Exercice 4. Un problème ... du second degré**9.5 points**

Une entreprise produit et vend des meubles. Sa capacité de production varie de 300 à 1 200 par mois.

- On note x le nombre de centaines de meubles fabriqués chaque mois, x étant compris entre 3 et 12.
- Le coût total de production de ces x centaines de meubles, exprimé en dizaine de milliers d'euros, est modélisé par la fonction :

$$C(x) = 0,25x^2 + x + 20,25$$

Partie A

1. Étudier rapidement les variations de la fonction coût C et dresser son tableau de variation sur l'intervalle $[3; 12]$.

Tous les meubles fabriqués sont vendus et l'entreprise doit fixer le prix de son produit.

On note $R(x)$ la recette, en dizaine de milliers d'euros, occasionnée par la vente de x centaines de meubles.

Partie B : la première proposition

La première proposition est un prix fixe de 550 euros par meuble.

2. Calculer $R(10)$ et interpréter le résultat (attention aux unités).
3. Donner l'expression de $R(x)$ en fonction de x .
4. Montrer que le bénéfice, en dizaine de milliers d'euros, occasionné par la vente de x centaines de meubles, est alors de :

$$B(x) = -0,25x^2 + 4,5x - 20,25$$

5. Expliquez pourquoi ce prix de vente ne peut pas convenir sur le plan commercial.

Partie C : la deuxième proposition

La seconde proposition est un prix fixe de 630 euros par meuble.

6. Montrer que le bénéfice, en dizaine de milliers d'euros, occasionné par la vente de x centaines de meubles, est alors de :

$$B(x) = -0,25x^2 + 5,3x - 20,25$$

7. Expliquez pour quelle production cette proposition est viable pour l'entreprise.