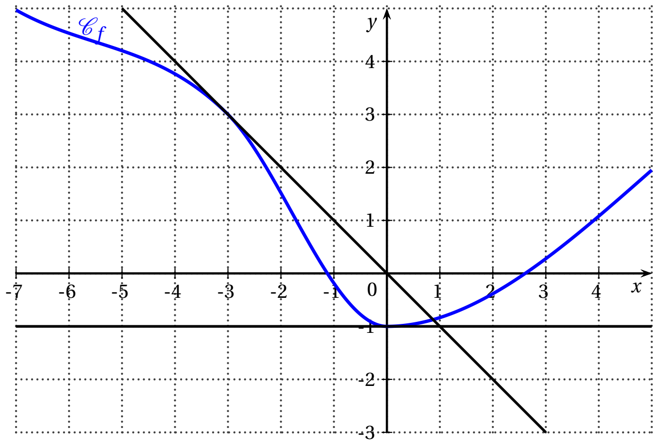
DS5 (2 heures)	MATHEMATIQUES	TERMINALE ES

Exercice 1 (3 points)

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Question 1

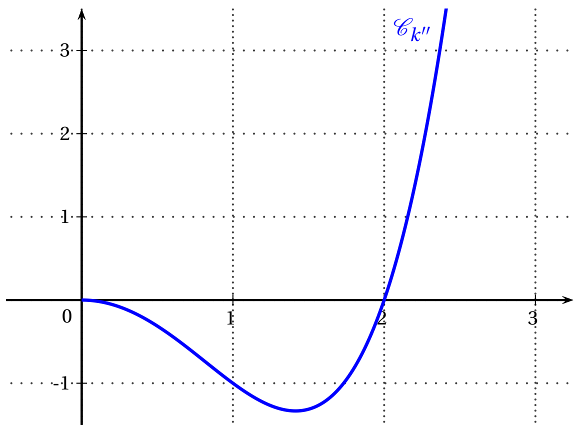
La représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est tracée ci-dessous ainsi que les tangentes respectives aux points d'abscisses -3 et 0.



a. $f'(0) = -1$ **b.** $f'(-1) = 0$ **c.** $f'(-3) = -1$ **d.** $f'(-3) = 3$

Question 2

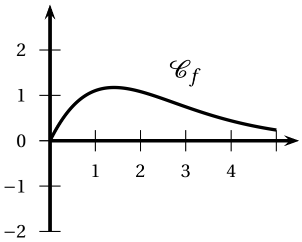
On a tracé ci-dessous la représentation graphique de la dérivée seconde k'' d'une fonction k définie sur $[0\,;\,+\infty[$.



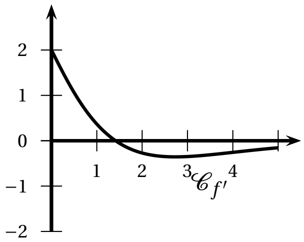
a. k est concave sur l'intervalle $[1;2]$. **b.** k est convexe sur l'intervalle $[0;2]$.

c. k est convexe sur $[0\,;\,+\infty[$. **d.** k est concave sur $[0\,;\,+\infty[$.

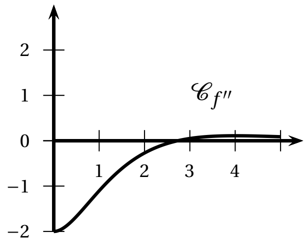
Exercice 2 (5 points)



Courbe $\mathscr{C}_f$



Courbe $\mathscr{C}_{f'}$



Courbe $\mathscr{C}_{f''}$

On donne ci-dessus la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative dans un repère donné d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0;5]$ ainsi que les courbes représentatives $\mathscr{C}_{f'}$ et $\mathscr{C}_{f''}$ respectivement de la dérivée f' et de la dérivée seconde f'' de la fonction f.
Dans cette partie les réponses seront obtenues à l'aide de lectures graphiques en justifiant rapidement vos réponses.

1. Donner un encadrement par deux entiers consécutifs du nombre réel pour lequel la fonction f semble atteindre son maximum.

2.

2. a. Donner un intervalle défini par deux entiers sur lequel la fonction f semble convexe.

2. b. Expliquer pourquoi on peut conjecturer que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet un point d'inflexion. Donner un encadrement par deux entiers consécutifs de l'abscisse de ce point d'inflexion.

3. Parmi les équations suivantes quelle est l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0 ? Justifier votre réponse.

a. $y = x$, **b.** $y = 2x+1$, **c.** $y = 2x$, **d.** $y = \dfrac{3}{4}x$.

Exercice 3 (5 points)

Soit g la fonction définie sur $[-1 ; 4]$ par $g(x) = -x^3+3x^2-1$ et $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Étudier les variations de la fonction g.

2. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse 1.

3. Étudier la convexité de g et montrer que la courbe $\mathscr{C}_g$ présente un point d'inflexion.

4. Montrer que l'équation $g(x) = -2$ admet une unique solution sur $[-1;4]$ et déterminer un encadrement de cette solution au centième.

Exercice 4 (7 points)

On considère la fonction f définie sur $[1;10]$ par :

$$f(x) = 2x^2 - 30x + 200 + \frac{50}{x}$$

1. Calculer f' la dérivée de f sur $[1;10]$ et montrer que pour tout réel x de cet intervalle :

$$f'(x) = \frac{4x^3-30x^2-50}{x^2}$$

2. Étude d'une fonction auxiliaire.

2. a. Étudier le sens de variation de la fonction g définie sur $[1;10]$ par :

$$g(x) = 4x^3 - 30x^2 - 50$$

2. b. Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution sur $[1;10]$. Donner un encadrement de cette solution au centième.

2. c. Étudier le signe de g sur $[1;10]$.

3. Á l'aide de l'étude menée lors de la question (3.), étudier les variation de la fonction f sur $[1;10]$.

4. Application.

Le coût moyen de production d'une entreprise est donné par $C(x) = 2x^2-30x+200+\dfrac{50}{x}$, où x est la quantité produite en tonnes, variant de 1 à 10 tonnes de productions, et $C(x)$ est exprimé en milliers d'euros.
Le patron de l'entreprise affirme que le cout moyen minimum de production est inférieur à 95 000 euros. Qu'en pensez-vous ?