

DS4

Partie A.

1) $g'(x) = -3x^2 + 12 = -3(x^2 - 4) = -3(x-2)(x+2)$

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	ϕ	$+$	ϕ

$a = -3 < 0$ donc $\cap$

2) Tableau de variation sur $[1; 7]$

x	1	2	a	7
$g'(x)$	+	ϕ	-	-
$g(x)$	$\nearrow$	15	$\searrow$	-26

3) Résolution de $g(x) = 0$

• sur $[1; 2]$ $0 \notin [10; 15]$ donc l'éq $g(x) = 0$ n'a pas de solution.

• sur $[2; 7]$ $0 \in [-26; 15]$

g est continue
 g est strictement décroissante
 $0 \in [-26; 15]$

d'après le corollaire du T.V.I, l'éq $g(x) = 0$ admet une solution unique $a \in [2; 7]$.

Conclusion: sur $[1; 7]$, l'éq $g(x) = 0$ admet une unique solution a

4) Encadrement:

$\tilde{a}$ l'unique
 $g(3) > 0$ et $g(4) < 0$
 $3 < a < 4$

au dixième

$g(3.4) > 0$ et $g(3.5) < 0$

$3.4 < a < 3.5$

2

au centième
 $g(3.42) > 0$ et $g(3.43) < 0$
 $3.42 < a < 3.43$

au millième

$g(3.424) > 0$ et $g(3.425) < 0$

$3.424 < a < 3.425$

5) Tableau de signe

x	1	a	7
$g(x)$	+	ϕ	-

sur $[1; a]$ $g(x) > 0$
 sur $[a; 7]$ $g(x) < 0$

Partie B : on pose $u(x) = \frac{-x^3 + 6x^2 - x}{(2x+4)^2}$ $u'(x) = -3x^2 + 12x - 1$
 $v(x) = 2x + 4$ $v'(x) = 2$

$B'(x) = \frac{(-3x^3 + 12x^2 - x)(2x+4) - 2(-x^3 + 6x^2 - x)}{(2x+4)^3}$

$B'(x) = \frac{-6x^3 - 12x^2 + 24x^2 + 48x - 4 + 2x^3 - 12x^2 + 2x}{(2x+4)^3}$

$B'(x) = \frac{-4x^3 + 48x - 4}{(2x+4)^3}$

$B(x) = \frac{4}{(2x+4)^2} g(x)$

2)

x	1	a	7
$B'(x)$		$\oplus$	$-$
$B(x)$		$B(a)$	

3

$\frac{2}{3}$ $\rightarrow$ $B(a)$ $\rightarrow$ $B(7)$

$B(7) \approx -3,11$

$$B'(x) = \frac{4g(x)}{(2x+4)^2} \quad \begin{matrix} 4 > 0 \\ (2x+4)^2 > 0 \end{matrix} \quad \text{donc } B'(x) \text{ est du signe de } g(x) \text{ sur } [1; 7]$$

1

$$B(a) \approx 2,46833$$

4) Le max sur $[1; 7]$ est atteint pour $x = a \approx 3,421$

1 Le nombre de coques à fabriquer est donc ≈ 3421 coques

1 5) Le bénéfice sera alors de $B(a) \approx 200 \text{ €}$