

L'usage de la calculatrice est autorisée.

La présentation et la clarté seront prises en compte dans le barème.

Les réponses aux questions seront proprement soulignées.

PROBABILITES

Exercice 1 (5 points)

Une maladie touchant les fruits rend leur commercialisation difficile pour l'exploitant agricole.

Un organisme de recherche en agronomie teste un traitement sur un quart du champ.

Une étude permet d'estimer la proportion de fruits abîmés à 0,12 dans la partie du champ qui a été traitée et, à 0,30 dans la partie non traitée.

Une fois récoltés, les fruits sont mélangés sans distinguer la partie du champ d'où ils proviennent.

On prélève au hasard un fruit dans le champ et on note :

- T l'événement « Le fruit prélevé provient de la partie traitée. »
- A l'événement « Le fruit prélevé est abîmé. »

- 1) Construire un arbre pondéré traduisant la situation
- 2) Calculer la probabilité que le fruit prélevé soit traité et abîmé.
- 3) Montrer que $P(A) = 0,255$
- 4) Un fruit prélevé au hasard dans la récolte, est abîmé. Calculer la probabilité qu'il provienne de la partie du champ qui a été traitée. (*on arrondira la réponse au millième près*)

SUITES GEOMETRIQUES

Exercice 2 (5 points)

Une entreprise de forage pétrolier constate que les volumes pompés, exprimés en millions de barils, diminuent de 15% chaque année.

La première année de l'étude, le volume pompé est de 32 millions de barils.

On note v_n le volume pompé, après n années écoulées, en millions de barils. Ainsi $v_0 = 32$

- 1) Quels seront les volumes prélevés au bout d'un an, puis deux ans ? On détaillera les calculs.
- 2) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n .
- 3) Exprimer v_n en fonction de n .
- 4) Quel sera le volume prélevé au bout de 10 ans ? arrondir au million de barils près
- 5) On note S_n la suite définie pour tout nombre entier naturel n par : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$
Exprimer S_n en fonction de n .
- 6) Calculer S_{10} (arrondir au million près) et donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

ALGORITHMME

Exercice 3 (3 points)

La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 10 et de 1^{er} terme $u_4 = 50$

Recopier sur votre copie l'algorithme suivant.

- 1) Compléter l'algorithme pour qu'il affiche u_{12}
- 2) Calculer u_{12}

N prend la valeur
U prend la valeur

POUR I allant de Jusqu'à
U prend la valeur U +
FIN Pour

Afficher

DERIVATION

Exercice 4 (7 points)

Dans une grande chaîne de supermarchés, le rayon « Fruit » souhaite acheter à un fournisseur, qui propose des prix au kilogramme dégressifs en fonction du poids des fruits commandés.

Pour une commande de x kilogrammes de fruits, le prix *d'un kilogramme* est noté $P(x)$ et exprimé en euros par la formule : $P(x) = \frac{x+300}{x+100}$ avec $x \in [100; 1000]$

- 1) Si le supermarché achète 300 kilogrammes de fruits, à quel prix au kilogramme seront-ils vendus ?
- 2) Quel sera alors le montant total de la commande de 300 kilogrammes de fruits ?
- 3) Déterminer une expression de la dérivée de P .
- 4) Dresser le tableau de variations de P sur $[100; 1000]$.
- 5) On appelle $S(x)$ la somme, exprimée en euros, dépensée par le supermarché pour une commande de x kilogrammes de fruits vendus par le fournisseur. On a donc $S(x) = x \times P(x)$
Démontrer que $S'(x) = \frac{x^2 + 200x + 30000}{(x+100)^2}$
- 6) Etudier le signe de $S'(x)$ sur $[100; 1000]$ en utilisant le résultat de la question précédente
- 7) Dresser le tableau de variations de S sur $[100; 1000]$
- 8) Le supermarché dispose d'un budget de 900 euros pour la commande de fruits.
Préciser, au kilogramme près, le poids maximum de fruits que le supermarché peut commander sans dépasser le budget.

Un supermarché souhaite acheter des fruits à un fournisseur qui propose des prix au kilogramme dégressifs en fonction du poids de fruits commandés.

Pour une commande de x kilogrammes de fruits, le prix d'un kilogramme est noté $P(x)$ et exprimé en euro par la formule :

$$P(x) = \frac{x + 300}{x + 100} \text{ avec } x \in [100; 1000].$$

1. (a) (0,5 point) Si le supermarché achète 300 kilogrammes de fruits, à quel prix au kilogramme seront-ils vendus ?
(b) (0,5 point) Quel sera alors le montant total de cette commande de 300 kilogrammes de fruits ?
2. (a) (1 point) Déterminer une expression de la dérivée de P .
(b) (1 point) Dresser le tableau de variations de P sur $[100; 1000]$.
3. On appelle $S(x)$ la somme, exprimée en euro, dépensée par le supermarché pour une commande de x kilogrammes de fruits vendus par le fournisseur au prix de $P(x)$ par kilogramme.

On a donc : pour $x \in [100; 1000]$, $S(x) = x \times P(x)$.

- (a) (1 point) Démontrer que, pour $x \in [100; 1000]$,

$$S'(x) = \frac{x^2 + 200x + 30000}{(x + 100)^2}.$$

- (b) (1 point) Dresser le tableau de variations complet de S sur $[100; 1000]$.
- (c) (2 points) Le supermarché dispose d'un budget de 900 euros pour la commande de fruits.

Préciser, au kilogramme près, le poids maximum de fruits que le magasin peut commander sans dépasser son budget.

Dans cette question, toute trace de recherche, même inachevée, sera valorisée. Il faut détailler soigneusement tous les raisonnements suivis.