

Exercice 1

1) Montrons que la suite (u_n) est géométrique

Pour $n \in \mathbb{N}$ $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{1}{3^{n+1}}}{\frac{1}{3^n}} = \frac{1}{3^{n+1}} \times \frac{3^n}{1} = \frac{3^n}{3^{n+1}} = 3^{n-(n+1)} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

donc pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} = \frac{1}{3} u_n$, (u_n) est donc géométrique de raison $\frac{1}{3}$

2) Montrons que la suite (v_n) est arithmétique

Pour $n \in \mathbb{N}$ $v_{n+1} - v_n = [8 - 3(n+1)] - [8 - 3n] = [8 - 3n - 3] - [8 - 3n]$

donc $v_{n+1} - v_n = 8 - 3n - 3 - 8 + 3n$

donc $v_{n+1} - v_n = -3$

pour tout $n \in \mathbb{N}$ $v_{n+1} = v_n - 3$, (v_n) est donc arithmétique de raison -3

3) Calculons $S_1 = 1 + 2 + 3 + \dots + 60$

Si est la somme d'une suite arithmétique de raison 1 comportant 60 termes

Formule : $S_1 = \frac{n(n+1)}{2}$ donc $S_1 = \frac{60 \times 61}{2}$ $S_1 = 1830$

4) Calculons $S_2 = 1 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + \dots + 3^{10}$

S_2 est la somme d'une suite géométrique de raison 3 comportant 11 termes

Formule $S_2 = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ $S_2 = \frac{1 - 3^{11}}{1 - 3}$ $S_2 = 88573$

Exercice 2

1) Pour $m = 2$, $u = 20$

2) Pour $m = 5$, $u = 160$

3) Le ligne 4 de l'algorithme nous indique que $u_{n+1} = u_n \times 2$

(u_n) est une suite géométrique

de raison 2 et de 1^{er} terme $u_0 = 5$

n	u
1	$5 \times 2 = 10$
2	$10 \times 2 = 20$
3	$20 \times 2 = 40$
4	$40 \times 2 = 80$
5	$80 \times 2 = 160$

Exercice 3

1^{er} Partie

1) Avec un taux d'intérêts composés de 2% par an le coefficient est 1,02

donc $a_{n+1} = 1,02 \times a_n$

(a_n) est une suite géométrique de raison 1,02 et $a_0 = 10000$

2) Par définition, $a_n = a_0 \times q^n$ d'où $a_n = 10000 \times 1,02^n$

3) Au bout de 7 ans, $n = 7$ donc $a_7 = 10000 \times 1,02^7$

$a_7 \approx 11486,86 \text{ €}$

Au bout de 7 ans, le capital de Robert s'élève à $\approx 11487 \text{ €}$

2^{de} Partie

1) Avec un taux d'intérêts fixes de 4% par an, on ajoute chaque année 4% de 10000 € soit 400 € par an

donc $b_{n+1} = b_n + 400$

(b_n) est une suite arithmétique de raison 400 et $b_0 = 10000$

2) Par définition, $b_n = b_0 + n \times r$ d'où $b_n = 10000 + 400 n$

3) On calcule $b_7 = 10000 + 400 \times 7 = 12800$

Au bout de 7 ans, le capital de Simone s'élève à 12800 €

3^{de} Partie

1) $a_7 \approx 11487$ et $b_7 = 12800$. Au bout de 7 ans, le livret B est le plus avantageux.

2) A l'issue de la calculatrice, $a_{65} \approx 36225$ et $b_{65} = 36000$

$a_{64} = 35514$ et $b_{64} = 35600$

Au bout de 65 ans, le livret A devient le plus avantageux

Exercice 4 1) Soit u_n la somme en euros à mon n -ième anniversaire

donc $u_{n+1} = 2 \times u_n$ et $u_0 = 2$ (u_n) est géométrique de raison 2

donc $u_n = u_0 \times q^{n-1} = 2 \times 2^{n-1} = 2^n$ d'où $u_{28} = 2^{28} = 262144 \text{ €}$

2) On calcule $S = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{18} = \frac{1 - 2^{19}}{1 - 2} - 1 = 524286 \text{ €}$