Ch 6 : Triangles : Inégalité triangulaire (1)

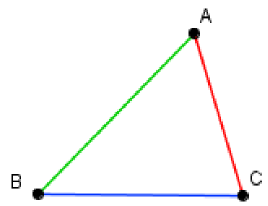
I Inégalité triangulaire

1) Propriété des longueurs des côtés d'un triangle

Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Exemple :

Dans le triangle ABC, on a :



$\mathbf{AB} < AC + CB$

$\mathbf{AC} < AB + BC$

$\mathbf{BC} < BA + AC$

2) Cas d'égalité de longueurs

Propriété : Si $AM + MB = AB$, alors le point M appartient au segment $[AB]$.

Propriété réciproque : Si le point M appartient au segment $[AB]$, alors $AB = AM + MB$.

Attention : Si $AB = AM + MB$, alors M n'est pas nécessairement le milieu du segment $[AB]$.

3) Condition d'existence d'un triangle

On ne peut construire un triangle dont les côtés ont pour longueurs trois nombres donnés a, b, c que si chacun d'eux est inférieur à la somme des deux autres : $a < b + c$ $b < a + c$ $c < a + b$

Remarque : il suffit en fait de vérifier que le plus grand des trois nombres est inférieur à la somme des deux autres.

Exemples :

Peut-on construire un triangle EDF sachant que ED = 1 cm, EF = 1,5 cm, DF = 3 cm ?

On compare la longueur du plus grand côté …… et la somme des longueurs des deux autres côtés ………

ED + EF = 1 + 1,5 = 2,5 et DF = 3. On a **DF > ED + EF**.

L'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée, donc on ne peut pas construire un tel triangle.

Peut-on construire un triangle ABC sachant que AB = 4 cm, AC = 3 cm, BC = 2 cm ?

On compare la longueur du plus grand côté …… et la somme des longueurs des deux autres côtés ………
AC + BC = ……………………… et AB = ….. On a ………………………

L'inégalité triangulaire ……………………………… donc on peut construire le triangle ABC.

II Exemples de construction de triangles

Méthode : Construire le triangle ABC tel que AB = 4 cm AC = 3,5 cm et BC = 2,5 cm

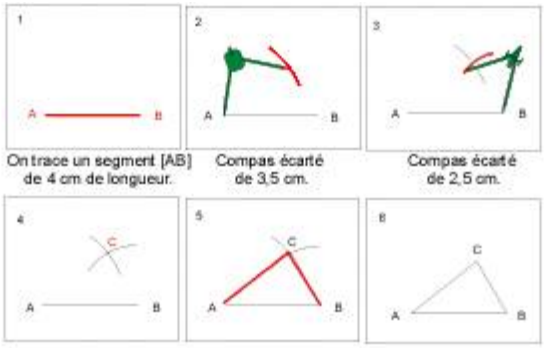


Figure 1

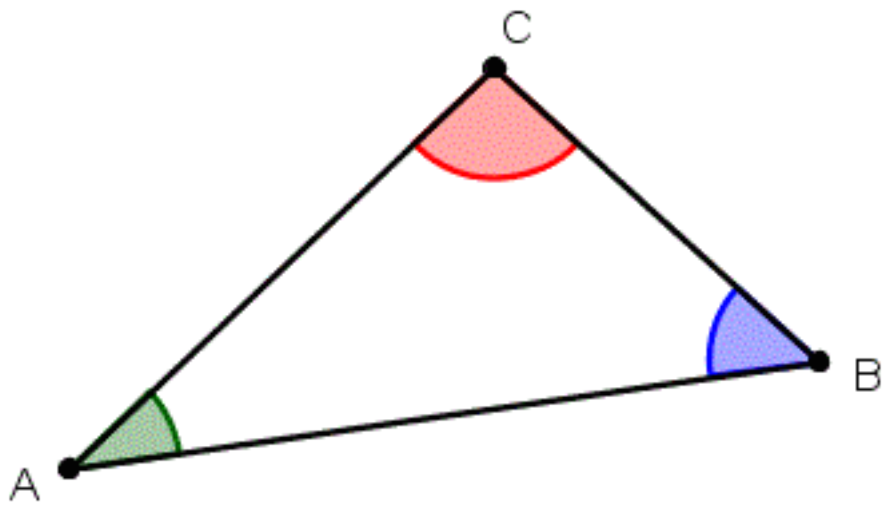
Application : Construire le triangle EFG tel que EF = 3 cm EG = 6 cm et FG = 7 cm

Application : Construire le triangle RST tel que RS = 5 cm $\widehat{SRT} = 30°$ et $\widehat{TSR} = 75°$

III Somme des mesures des angles dans un triangle

Propriété :
Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180 °

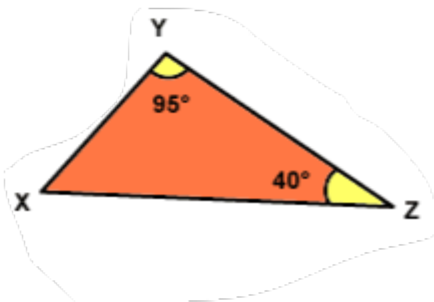
Exemple :



Dans le triangle ABC, on a : ……………………………………………………………………………………………..

Application :

Dans le triangle XYZ ,



calculer la mesure de l'angle ………..

………

………

………

………

………

………

………

IV Conséquences pour des triangles particuliers

Propriété : Si un triangle est ……………………………., alors il a deux angles de même mesure.

Exemple : Tracer le triangle ABC tel que : AB = 3 cm ; AC = 2 cm et BC = 2 cm.

Propriété :

Si un triangle est ……………………………………………., alors chacun de ses angles mesure ………..

Démonstration : Dans un triangle équilatéral, les trois angles ont la même mesure. De plus, la somme des angles du triangle est égale à …….°. Donc, chaque angle mesure :………………………

Exemple : Tracer le triangle DEF tel que DE = EF = DF = 3 cm.

Propriété :

Si un triangle est rectangle, alors la somme de ses deux angles aigus est égale à ………………..

On dit aussi que les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont **COMPLEMENTAIRES**

Démonstration :

Dans un triangle rectangle, l'angle droit mesure …………..

Comme la somme des angles du triangle est égale à 180°,

la somme des deux angles aigus vaut : ……………………………………………

Exemple : Tracer le triangle GHI rectangle en H tel que : GH = 4 cm ; HI = 3 cm.