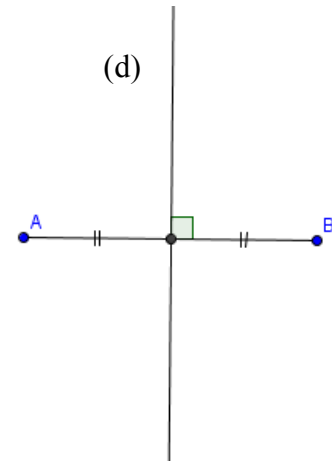
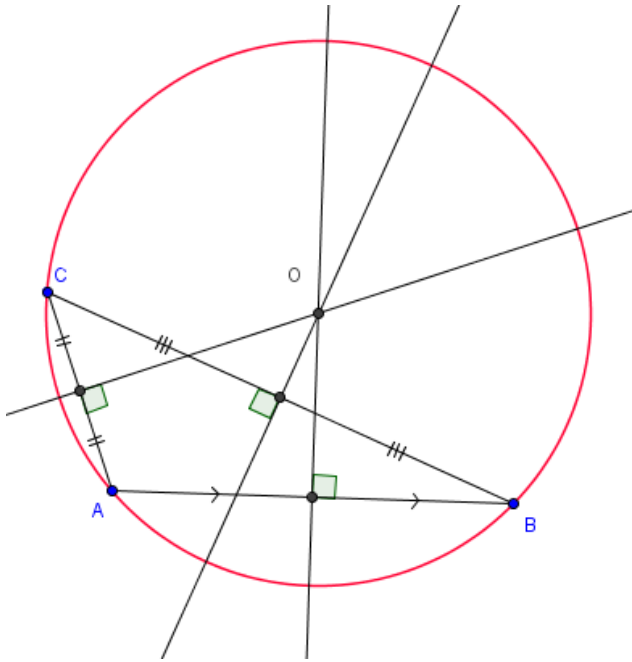


Ch 8 : Triangle rectangle et cercle

I- Cercle circonscrit à un triangle rectangle

Définition de la médiatrice (rappel) : On appelle médiatrice d'un segment la droite qui passe par le milieu d'un segment et qui est perpendiculaire à ce segment.



Définition du cercle circonscrit : Le cercle circonscrit à un triangle ABC est le cercle qui passe par ses trois sommets. Il a pour centre O le point d'intersection des trois médiatrices et pour rayon $OA = OB = OC$.

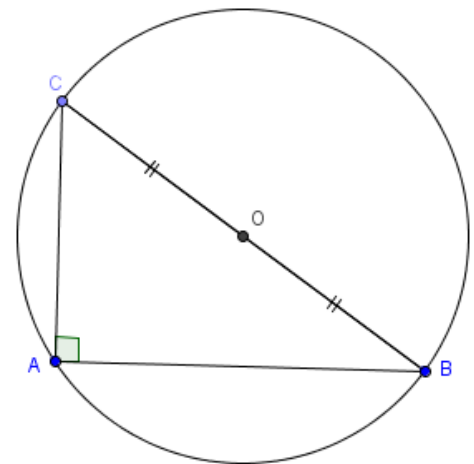
Propriété :

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est un diamètre de son cercle circonscrit.

Conséquences

Le cercle circonscrit à un triangle rectangle a :

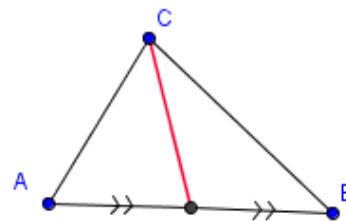
- pour centre, le milieu de l'hypoténuse.
- pour rayon, la moitié de la longueur de l'hypoténuse.



Autres formulations de la propriété :

- Si un triangle est rectangle alors le milieu de son hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit.
- Si un triangle est rectangle alors le rayon de son cercle circonscrit est égal à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.
- Si un angle $\widehat{AMB}$ est droit alors le point M appartient au cercle de diamètre [AB].

Définition de la médiane : Dans un triangle, on appelle médiane une droite issue d'un sommet du triangle et qui coupe le côté opposé en son milieu.



Propriété :

Si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

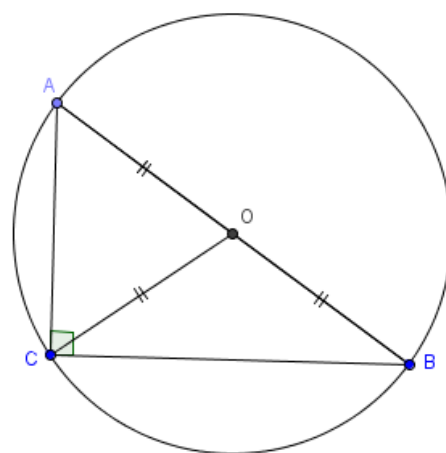
Démonstration :

ABC est un triangle rectangle en C de cercle circonscrit $\odot$. Le point O est le milieu de l'hypoténuse [AB].

Donc O est le centre de $\odot$, cercle circonscrit au triangle ABC

[OA], [OB] et [OC] sont trois rayons de $\odot$ et ont donc même longueur.

Ainsi, la longueur de la médiane [OC] est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse [AB]. Donc $OC = \frac{1}{2} \times AB$.



Application :

Soit un triangle EDF rectangle en E tel que ED=6 cm EF=8 cm

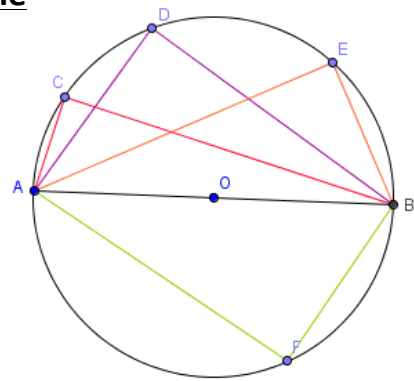
On note O le milieu de [DF].

Calculer la distance OE.

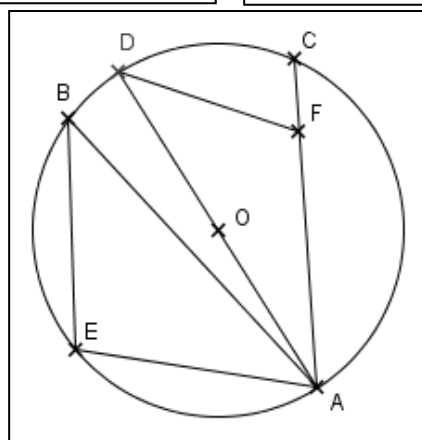
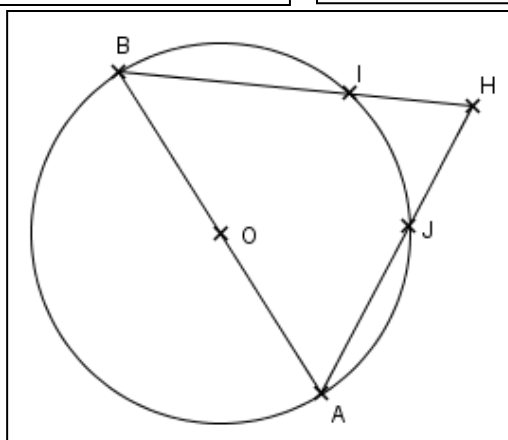
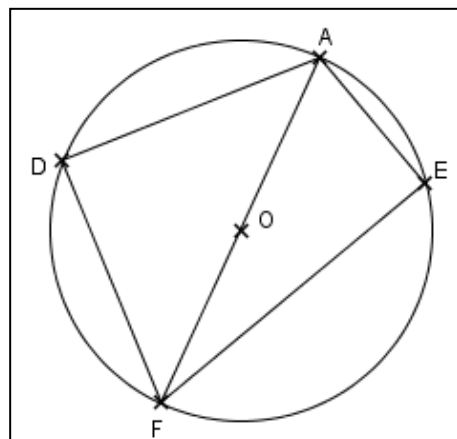
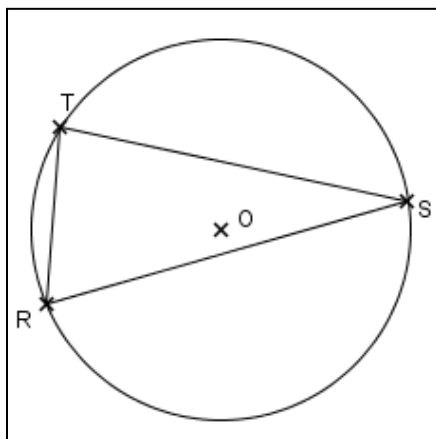
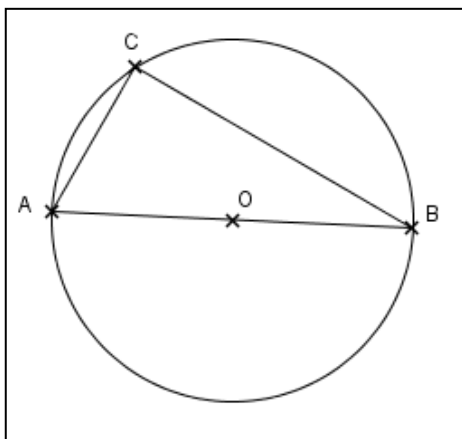
II- Propriétés permettant de montrer qu'un triangle est rectangle

Propriété :

Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point.



Exercice d'application : Nommer, si possible, les triangles rectangles à l'aide des points marqués sur les figures suivantes. Dans chaque cas, le centre du cercle est le point O.



Autre formulation de la proposition :

Si un point M, distinct de A et B, appartient à un cercle de diamètre $[AB]$, alors l'angle $\widehat{AMB}$ est droit.

Propriété :

Si, dans un triangle, la médiane issue d'un sommet a une longueur égale à la moitié de la longueur du côté opposé alors le triangle est rectangle en ce sommet.

Application :

- 1) Tracer un cercle C de diamètre $RT = 6$ cm. Placer un point K sur le cercle C tel que $KR = 4$ cm.
- 2) Calculer la valeur exacte de KT , puis une valeur approchée au centième.