3Ch5 : Théorème de Thalès

I- Théorème de Thalès

1- Propriété

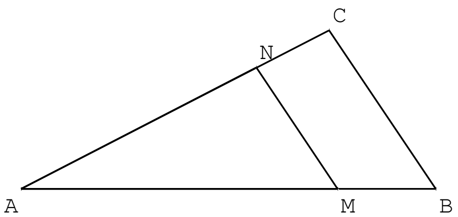
- Soient d et d' deux droites sécantes en un point A.
- Soient B et M deux points de la droite d distincts de A
- Soient C et N deux points de la droite d' distincts de A

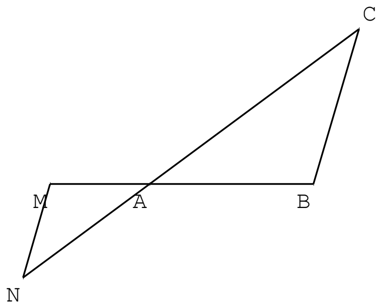
Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles alors on a l'égalité des rapports suivante :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Remarque : Ce théorème permet de calculer des longueurs.

2- Deux configurations

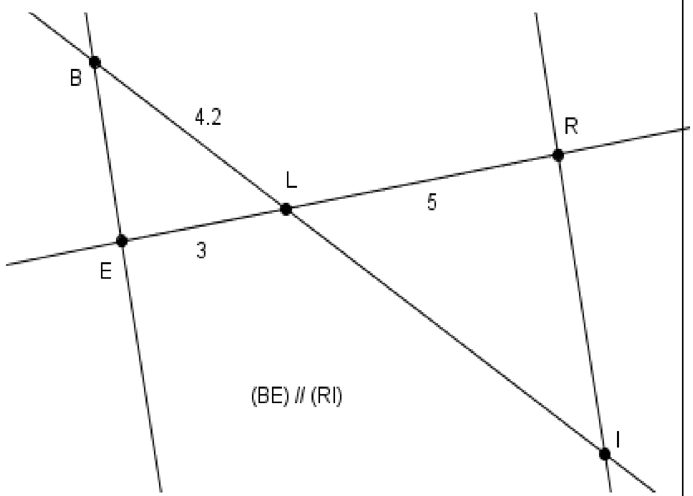




3- Exemple rédigé (rédaction attendue au brevet)

QUESTION : Calculer la longueur LI.

On sait que :
Les droites (BI) et (ER) sont sécantes en L
Les droites (BE) et (IR) sont parallèles
LR = 5 cm   LE = 3 cm et LB = 4,2 cm



D'après le théorème de Thalès on a : $\frac{LI}{LB} = \frac{LR}{LE} = \frac{IR}{BE}$

Je remplace par les valeurs numériques : $\boldsymbol{\frac{LI}{4{,}2} = \frac{5}{3} = \frac{IR}{BE}}$

Je choisis 2 fractions égales permettant de calculer LI :
Donc :

$$\boldsymbol{\frac{LI}{4,2} = \frac{5}{3}}$$

$$\boldsymbol{LI = \frac{5 \times 4,2}{3} = \frac{21}{3} = 7}$$

La segment [*LI*] mesure 7 cm

Prolongement :

D'après la question précédente, on sait que : $\frac{LI}{LB} = \frac{LR}{LE} = \frac{IR}{BE} = \frac{5}{3}$

On peut dire que **le triangle LIR est un AGRANDISSEMENT du triangle LEB à l'échelle $\frac{5}{3}$**

On peut dire que **le triangle LEB est une REDUCTION du triangle LIR à l'échelle $\frac{3}{5}$**

A noter : Pour un agrandissement, l'échelle k est strictement supérieur à ……. : on note ………..

Pour une réduction, l'échelle k est comprise entre …… et ……. : on note ……………

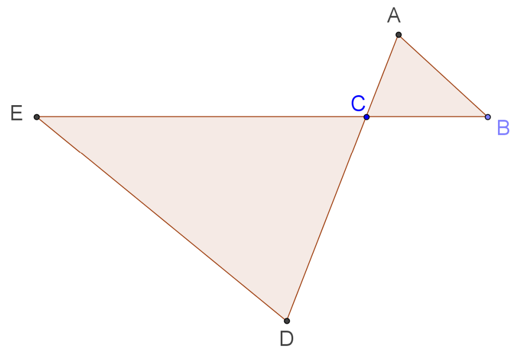
II- Conséquence du théorème de Thalès

- Soient d et d' deux droites sécantes en un point A.
- Soient B et M deux points de la droite d distincts de A
- Soient C et N deux points de la droite d' distincts de A

Si deux des rapports suivants ne sont pas égaux : $\frac{AM}{AB}$ ou bien $\frac{AN}{AC}$ ou bien $\frac{MN}{BC}$ et si les points A,M, B et A, N, C sont alignés dans cet ordre alors les droites (AB) et (MN) ne sont pas parallèles.

Remarque : Cette propriété permet de démontrer que deux droites ne sont pas parallèles

III- Applications : COMMENT REDIGER ?



Application 1 : Montrer que deux droites ne sont pas parallèles .

On donne AB = 2,5 cm BC = 3,3 cm AC = 2,4 cm CD = 6 cm CE = 9 cm.

Les droites (ED) et (AB) sont-elles parallèles ?

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

………

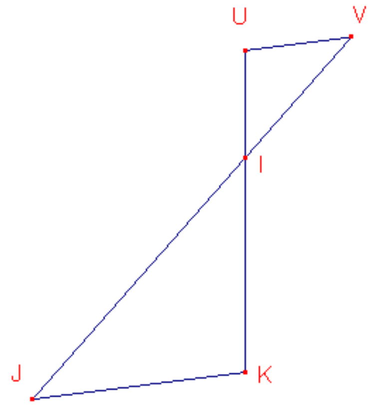
………

………

………

Application 2 : Calculer une longueur à l'aide du théorème de Thalès

On donne : (UV) est parallèle à (JK)
IJ = 30 cm   IK = 20 cm   IU = 10 cm   UV = 10 cm



1) Calculer les longueurs IV et JK

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

……

……

…….

……

…….

……

…….

……

…….

2) Compléter ces phrases

D'après le théorème de Thalès, le coefficient de réduction est ……. et le coefficient d'agrandissement est ……

Le triangle IJK est un agrandissement du triangle IUV à l'échelle …….

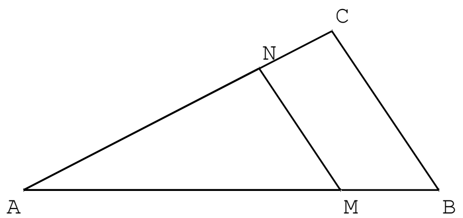
Le triangle IUV est une réduction du triangle IJK à l'échelle …….

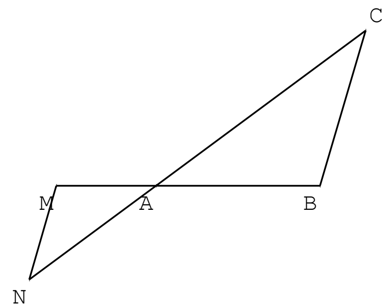
Le segment [UV] est ……………………………… du segment [JK] à l'échelle …….

IV Réciproque du théorème de Thalès

- Soient d et d' deux droites sécantes en un point A.
- Soient B et M deux points de la droite d distincts de A
- Soient C et N deux points de la droite d' distincts de A

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points A, M, B et les points A, N, C sont alignés dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.



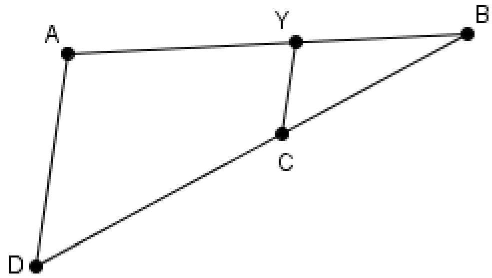


Remarque : Cette propriété permet de démontrer que deux droites sont parallèles.

V Exemple rédigé (attendu au brevet)

On considère la figure suivante :
- les points A, Y et B sont alignés
- les points D, C et B sont alignés
- AB = 6,3 cm, DB = 7,7 cm, BY = 2,7 cm et BC = 3,3 cm.

Les droites (AD) et (YC) sont-elles parallèles?



COMMENT REDIGER ?

Les droites (AY) et (CD) sont sécantes en B.
De plus, les points B, Y, A et les points B, C, D sont alignés dans le même ordre.

On calcule **séparément** :

• $\frac{BY}{BA} = \frac{2,7}{63} = \frac{27}{63} = \frac{3\times9}{7\times9} = \frac{3}{7}$

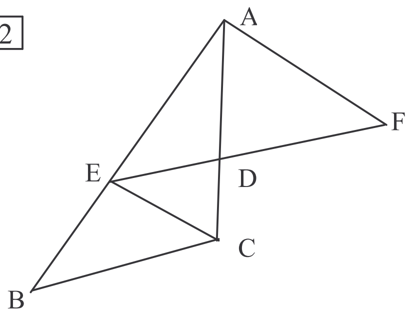
• $\frac{BC}{BD} = \frac{3,3}{7,7} = \frac{33}{77} = \frac{3\times11}{7\times11} = \frac{3}{7}$

On a donc : $\frac{BY}{BA} = \frac{BC}{BD}$

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (YC) et (AD) sont parallèles**.

Application : Exercice type brevet

2



Soit ABC un triangle dans lequel on a tracé une droite (ED) parallèle à la droite (BC)

On donne AE = BC = 3 et EB = AD = 2

a) Calculer AC, puis DC
   Calculer ED
b) F est un point de (DE) tel que DF = 2,7
   Les droites (EC) et AF) sont-elles parallèles ?