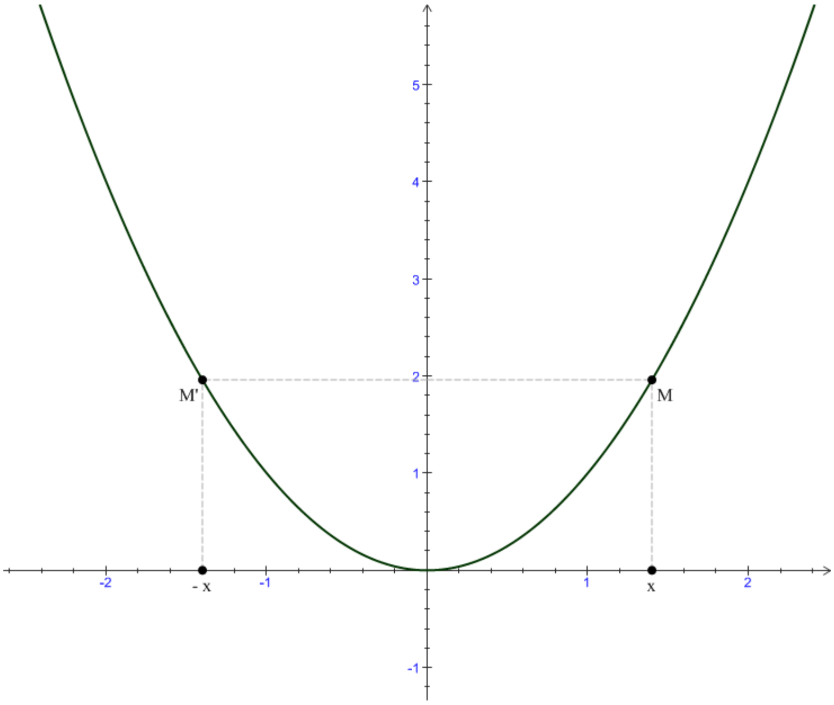
Ch 9	Fonctions carré et inverse

1°/ Fonction carrée
2°/ Fonction inverse

1°/ Fonction carré : $x \longmapsto x^2$

1.1 Sens de variation



La fonction carré est définie pour tout réel x.
La courbe est une **parabole** ; elle est symétrique par rapport à l'axe (Oy)

La fonction carré est ***croissante*** sur l'intervalle **[0;+∞[** et **décroissante** sur l'intervalle **]-∞;0]**.

Démonstration : Démontrons que la fonction carrée est croissante sur **[0;+∞[**
Soient x_1 et x_2 deux réels de $[0;+\infty[$, avec $x_1 < x_2$.

On calcule $f(x_1) - f(x_2) =$ ……………………………………………

……………………………………………… ……………………………………………

……………………………………………… ……………………………………………

……………………………………………… ……………………………………………

……………………………………………… ……………………………………………

……………………………………………… ……………………………………………

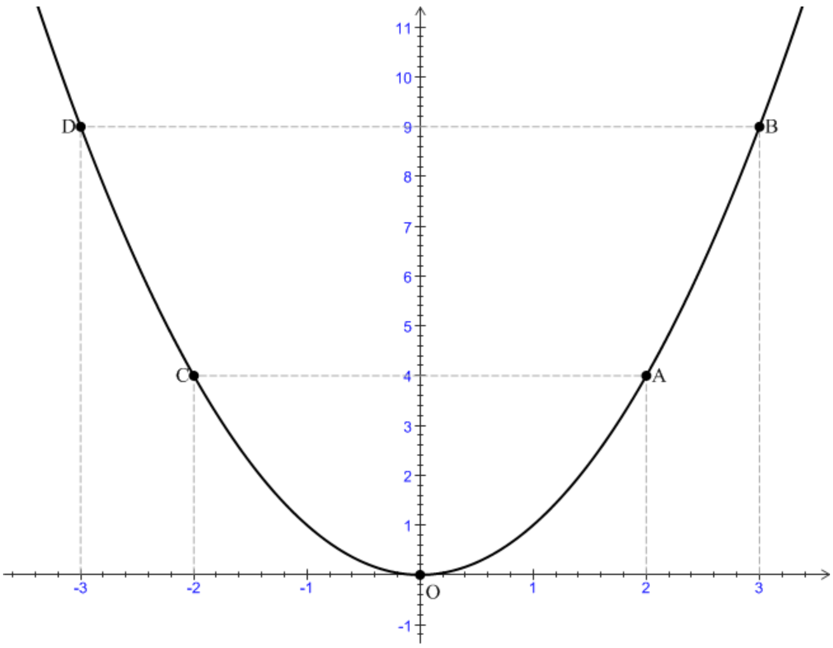
Tableau de variations :

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
$f(x)$	

Application : Déterminer un encadrement de x^2 dans chacun des cas suivants :

a) $2 < x < 3$ b) $-3 < x < -2$ c) $-2 < x < 3$

M1 : méthode graphique



a) Les points de la courbe dont l'abscisse est comprise entre 2 et 3 appartiennent à l'arc $\widehat{AB}$ de la courbe. Leurs ordonnées sont comprises entre 4 et 9.

Donc si $2 < x < 3$ alors $4 < x^2 < 9$

b) Compléter si $-3 < x < -2$ alors ……………………………

c) Compléter si $-2 < x < 3$ alors ………………………………..

M2 : Méthode en utilisant les variations de $x \mapsto x^2$

a) $x \mapsto x^2$ est croissante sur$[0\ ;\ +\infty[$, donc si : $2 < x < 3$ alors $(2)^2 < x^2 < (3)^2$ soit : $4 < x^2 < 9$.

b) $x \mapsto x^2$ est décroissante sur $]-\infty; 0]$, donc si : $-3 < x < -2$ alors $(-2)^2 < x^2 < (-3)^2$
soit : $4 < x^2 < 9$.

1. 2. Comparer

• deux nombres positifs et leurs carrés sont rangés dans le même ordre c'est-à-dire
si $a < b$ alors $a^2 < b^2$
• deux nombres négatifs et leurs carrés sont rangés dans l'ordre inverse c'est-à-dire
si $a < b$ alors $a^2 > b^2$

Exemples :
Si $2 < 5$ alors $2^2 < 5^2$ soit $4 < 25$ car sur [2 ;5] la focntion carré est croissante
Si $-4 < -1$ alors $(-4)^2 > (-1)^2$ soit $16 < 1$ car sur [-4 ;-1] la fct carré est décroissante

Application : comparer sans calculatrice $\left(2-\sqrt{10}\right)^2$ *et* $(1-\sqrt{10})^2$

……………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………...

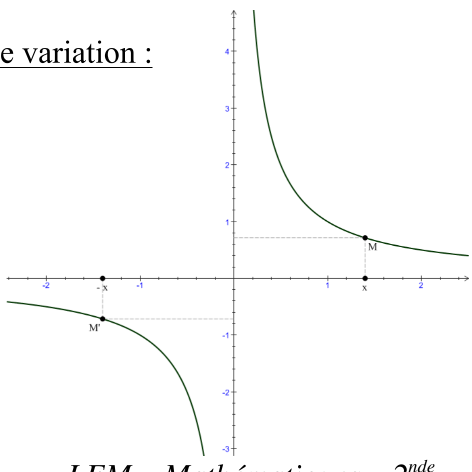
……………………………………………………………………………………………...

2°/ Fonction inverse : $x \mapsto \dfrac{1}{x}$

2.1. Domaine de définition

$\frac{a}{b}$ *existe* si et seulement si $b \neq 0$. Conséquence : $D_f = \mathbb{R}^*$ ou $D_f =]-\infty\ ; 0\ [\ U\ ]\ 0\ ;\ +\infty[$

2.2. Sens de variation :



La fonction inverse est définie pour tout réel x différent de zéro. La courbe est une **hyperbole** ; elle est symétrique par rapport à l'origine du repère O.

La fonction inverse est décroissante sur l'intervalle **]-∞ ; 0 [** et est aussi décroissante sur l'intervalle **] 0 ; +∞ [** .

Tableau de variations:

x	-∞ 0 +∞
$f(x)$	

- L'image de 5 par la fonction inverse est : ……

- L'image de 0,75 par la fonction inverse est : …….

- Un antécédent de – 0,25 par la fonction inverse est : ……..

- Un antécédent de un millième par la fonction inverse est : ………

- Soit f la fonction inverse : Donner un encadrement de f(x) si $2 < x < 6$

Si $2 < x < 6$ alors

Application : Résoudre l'inéquation $\frac{1}{x} \leq 2$ en s'aidant de la courbe de la fonction inverse.

……………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………...

On conclut : l'inéquation $\frac{1}{x} \leq 2$ a pour solution : ………………………………………