

1°/ Résoudre une inéquation du 1^{er} degré

1.1 Définition :

Résoudre une inéquation dans un ensemble de réels I, c'est trouver tous les réels de I vérifiant l'inégalité donnée.

1.2 Pré requis : résoudre une inéquation du 1^{er} degré

Exemple :

- 3 est-il solution de $2x - 5 > 0$?
 $2 \times 3 - 5 = 1 > 0$ donc 3 est solution de $2x - 5 > 0$
 - 1 est-il solution de $2x - 5 > 0$?
 $2 \times 1 - 5 = -3 > 0$ donc 1 n'est pas solution de $2x - 5 > 0$.

Rappel-Règles :

- Ajouter ou soustraire un même nombre à chaque membre d'une inégalité ne change pas le sens de cette inégalité.
- Si $a > 0$, multiplier ou diviser par a les deux membres d'une inégalité ne change pas le sens de l'inégalité.
- Si $a < 0$, multiplier ou diviser par a les deux membres d'une inégalité change le sens de l'inégalité.

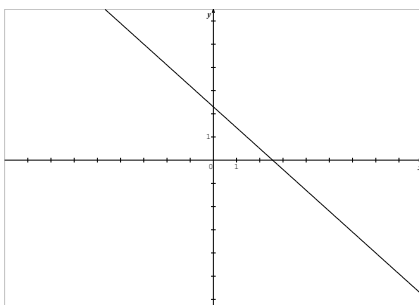
Exemple : Résoudre $8 - 5x > 2 - x$ sur R

Résoudre $x + 3 \leq 2$ sur R

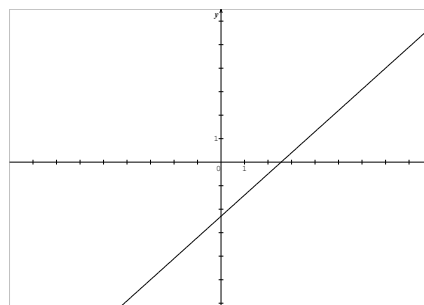
2°/Résoudre une inéquation produit ou quotient :

2.1 Signe de « ax + b » (rappel fct affine)

a) Si a > 0 :



b) Si a < 0 :



$$ax + b = 0 \text{ pour } x = -\frac{b}{a}$$

Quel est le signe de $ax + b$ avant de s'annuler ? Et après ?

Si $a > 0$, la fonction affine $x \rightarrow ax + b$ est croissante. (cf cours fcts référence)

Donc, on a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Signe de $ax + b$	-	0	+

Si $a < 0$, la fonction affine $x \rightarrow ax + b$ est décroissante.

Donc, on a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Signe de $ax + b$	+	0	-

2.2 Signe d'un produit ou d'un quotient de facteurs :

On rappelle dans le tableau ci-contre la règle des signes, pour obtenir le signe d'un produit ou d'un quotient :

x	$-\infty$			$+\infty$
Signe de a	+	+	-	-
Signe de b	+	-	+	-
Signe de $a \times b$ ou de $\frac{a}{b}$	+	-	-	+

Application : Dressons le tableau de variation de $\frac{3x+4}{-5x-2}$:

On a $3x + 4 = 0$ et $-5x - 2 = 0$

.....

.....

On construit alors le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{4}{3}$	$+\infty$
$-5x - 2$		0		
$3x + 4$			0	
$\frac{3x+4}{-5x-2}$				

$-\frac{4}{3}$ et $-\frac{2}{5}$ sont placés dans l'ordre croissant.
 $a = -5 < 0$ donc « - » à droite de $-\frac{2}{5}$.
 $a = 3 > 0$ donc « + » à droite de $-\frac{4}{3}$.

2.3 Méthode pour Résoudre une inéquation qui n'est pas du 1^{er} degré :

- 1) Transposer dans un même membre pour avoir une inéquation avec un second membre nul.
- 2) Factoriser le plus possible.
- 3) Construire le tableau de signe.
(Attention aux valeurs interdites dans le cas d'un quotient)
- 4) Conclure par la lecture de la dernière ligne du tableau.

Application Résoudre, dans \mathbb{R} , $(2x - 1)^2 \geq (2x - 1)(5x + 2)$

$$(2x - 1)^2 \geq (2x - 1)(5x + 2)$$

.....

On construit le tableau de signe correspondant :

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$2x - 1$				
$-3x - 3$				
$(2x - 1)(-3x - 3)$				

Par lecture du tableau, on a donc l'ensemble des solutions qui est $S = [-1 ; \frac{1}{2}]$