Ch5	Fonctions affines

1°/ Fonction affine et linéaire
2°/ Etude du signe d'une fonction affine

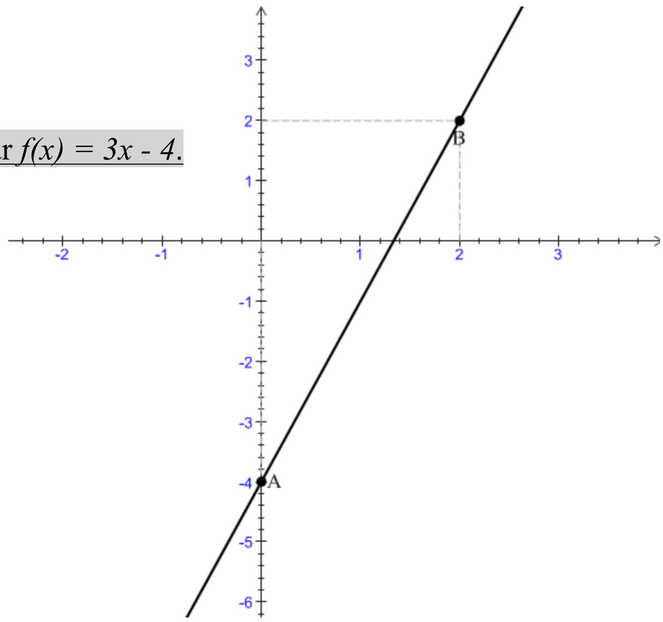
1°/ Fonction affine et fonction linéaire

1.1 Définition

Une fonction affine f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax + b$, a et b étant deux réels.
Si $b = 0$, la fonction $f(x) = ax$ est une fonction … .
Si $a = 0$, la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = b$, b étant un réel, est dite … .

1.2 Représentation graphique

La représentions graphique de la fonction affine f définie par : $f(x) = ax + b$ est une droite d'équation $y = ax + b$.
a est appelé le … (ou pente) de la droite.
b est appelé l' … .



Application : Représenter graphiquement la fonction définie par $f(x) = 3x - 4$.

Il suffit d'en déterminer deux points :

- pour $x = 0$, $y =$

- pour $x = 2$, $y =$

1.3 Variations des fonctions affines

Propriété : Les variations d'une fonction affine f définie par $f(x) = ax + b$ dépendent du coeff directeur a :

- Si $a > 0$, la fonction est croissante sur $\mathbb{R}$.
- Si $a < 0$, la fonction est décroissante sur $\mathbb{R}$.

Démonstration : Considérons deux réels quelconques u et v tels que : $u < v$ et $a \neq 0$, alors on a :

1.4 Proportionnalité des accroissements

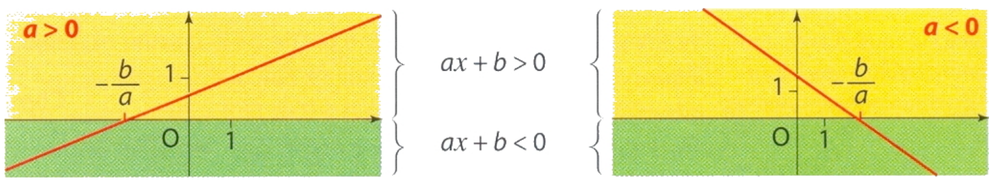
Propriété :
Pour une fonction affine f de la forme $f(x) = ax + b$, l'accroissement des images est proportionnel à l'accroissement de la variable : pour tous nombres réels x_1 et x_2 distincts, les quantités $f(x_1) - f(x_2)$ et $x_1 - x_2$ sont proportionnelles.
On retiendra $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} = a$ avec $x_1 \neq x_2$

Démonstration :

2°/ Etude du signe d'une fonction affine

Soit f une fonction affine de la forme $f(x) = ax + b$ où $a \neq 0$

$f(x) = 0$ revient à écrire $ax + b = 0$ soit $ax = -b$ d'où $x = -\frac{b}{a}$



On résume ces résultats dans un tableau de signes.

$a > 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax + b$		$-$	0	$+$	

$a < 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax + b$		$+$	0	$-$	

Application : sens de variation

a) Déterminer les variations des fonctions f et g telles que : $f(x) = 2x$, et : $g(x) = -2x - 1$.

b) Dresser leurs tableaux de variations sur l'intervalle $[-2 ; 2]$

c) Quelles sont les valeurs de x annulant $f(x)$ et $g(x)$?

d) Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) > 0$.