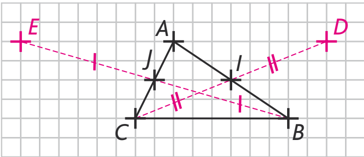
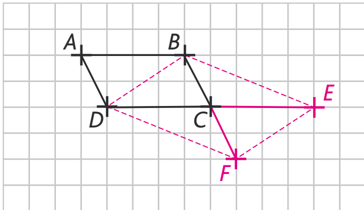
Exercices sur les vecteurs

14.



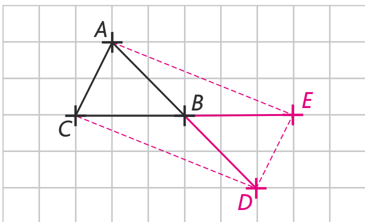
• [AB] et [CD] ont le même milieu, donc *ADBC* est un parallélogramme.
De même, *EABC* est un parallélogramme.
Donc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{EA}$, d'où $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AD}$.
Donc *A* est le milieu de [ED].

15. 1.



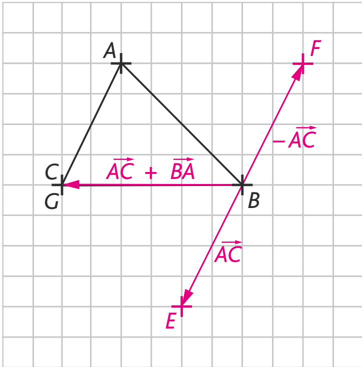
2. • $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BE}$, donc *ABEC* est un parallélogramme, d'où $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$.
Or $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, donc $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{DC}$, donc *C* est le milieu de [DE].
• $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DF}$, donc *ACFD* est un parallélogramme, d'où $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CF}$.
Or $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$, donc $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CF}$, donc *C* est le milieu de [BF].

16.

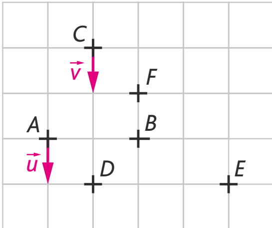


$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BE}$, donc *B* est le milieu de [CE].
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD}$, donc *B* est le milieu de [AD].
Les diagonales du quadrilatère *ACDE* ont même milieu, donc *ACDE* est un parallélogramme.

21.



22. 1.



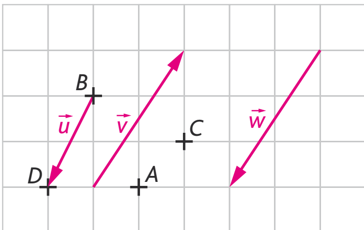
2. $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$

$\vec{u} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF}$

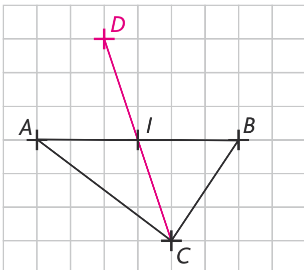
$\vec{u} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EB} + \underbrace{\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FD}}_{\vec{0}}$

$\vec{u} = \vec{v}$.

23.

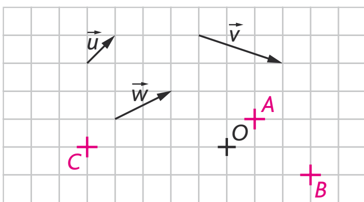


25.



D est l'image de *B* par la translation de vecteur $\overrightarrow{CA}$, donc $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA}$, c'est-à-dire que *BDAC* est un parallélogramme et, par suite, *I* est le milieu de [*CD*] (et celui de [*AB*]).

26.



Pour construire le point *C* : $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BO} - \vec{w}$.

32. **a.**

$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{FD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{CB}$.

b. $\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{FD}=\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AE}$.

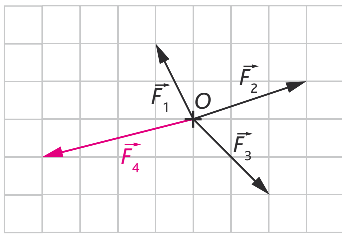
c. $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{JI}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{JI}=\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EF}$

$=\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{CA}$.

d. $\overrightarrow{IF}+\overrightarrow{JE}+\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{IF}+\overrightarrow{CJ}+\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{IF}$

$=\overrightarrow{IF}+\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{IE}=\overrightarrow{BJ}$.

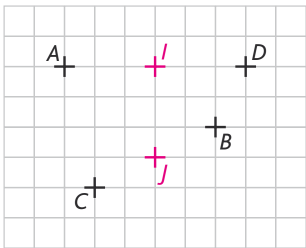
35.



On construit $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3$.

On a ensuite $\vec{F}_4=-\left(\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3\right)$.

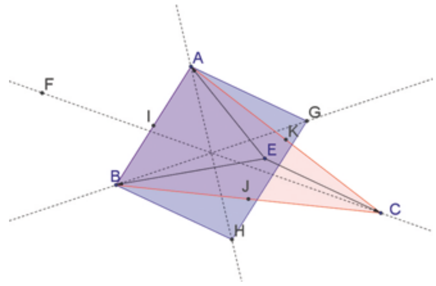
36.



$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}&=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BC}\\&=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}\\&=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{JB}\\&=2\overrightarrow{IJ}+\underbrace{\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{DI}}_{\vec{0}}+\underbrace{\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{JB}}_{\vec{0}}\\&=2\overrightarrow{IJ}.\end{aligned}$$

38. **Partie I : établir des conjectures**

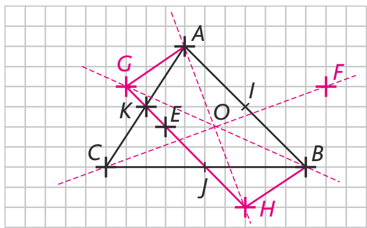
> *voir manuel numérique p. 315 pour le fichier GeoGebra.*



5. Le quadrilatère *ABHG* semble être un parallélogramme.
6. (*AH*), (*BG*) et (*CF*) sont concourantes.

Partie II : démonstration

1.



2. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{EC}$, donc *AGCE* est un parallélogramme.

Donc $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AE}$
H est l'image de *C* par la translation de vecteur $\overrightarrow{EB}$.

Donc $\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{EB}$.

3. $\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CH}$

$= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{AB}$,

donc *ABHG* est un parallélogramme.

4. • $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{EA} \Leftrightarrow \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{BE}$

$\Leftrightarrow$ *AEBF* est un parallélogramme.

• *G* est l'image de *A* par la translation de vecteur $\overrightarrow{EC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{EC}$.

• $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{BC}$, donc *BCGF* est un parallélogramme.

5. • *O* est au centre du parallélogramme *ABHG*, donc *O* est le milieu, de [*BG*] et de [*AH*].

• *BCGF* étant un parallélogramme, [*BG*] et [*CF*] ont le même milieu, donc *O* est le milieu de [*CF*].

• Donc (*AH*), (*BG*) et (*CF*) sont concourantes en *O*.