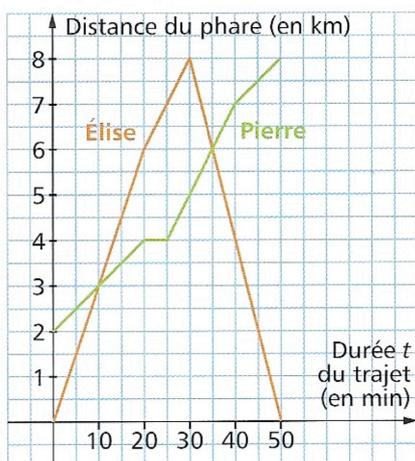


### 50 Rallye en bord de mer



Élise et Pierre participent à un rallye équestre en bord de mer. Ils effectuent en ligne droite des allers-retours entre le port et le phare qui sont séparés de 8 km. On a représenté, pour chacun d'eux, la distance qui les sépare du phare, pendant 50 minutes.



1. On note  $f(t)$  la distance (en km) qui sépare Élise du phare, après  $t$  minutes ( $0 \leq t \leq 50$ ).

a/ Déterminer et interpréter  $f(0)$ ,  $f(30)$  et  $f(50)$ .

b/ Résoudre graphiquement l'équation  $f(t) = 6$ , puis en donner une interprétation.

c/ Décrire les variations de la fonction  $f$ , et en donner la signification.

d/ Dresser le tableau de variations de  $f$ .

e/ Quelle est la vitesse moyenne d'Élise sur les 50 min ?

2. On note  $g(t)$  la distance (en km) qui sépare Pierre du phare, après  $t$  minutes ( $0 \leq t \leq 50$ ).

a/ Déterminer et interpréter  $g(0)$ ,  $g(30)$  et  $g(50)$ .

b/ Résoudre graphiquement l'équation  $g(t) = 6$ , puis en donner une interprétation.

c/ Décrire les variations de la fonction  $g$ , et en donner la signification.

d/ Dresser le tableau de variations de  $g$ .

e/ Quelle est la vitesse moyenne de Pierre sur les 50 min ?

3. Résoudre graphiquement l'équation  $f(t) = g(t)$ , puis en donner une interprétation.

4. Soit  $h$  la fonction qui, à tout instant  $t$  (en min), avec  $0 \leq t \leq 50$ , associe la distance (en km) restant à parcourir par Pierre pour arriver au port.

a/ Construire la courbe représentative de la fonction  $h$ .

b/ Dresser le tableau de variations de  $h$ .

### 51 Bénéfice maximal

Une entreprise produit et commercialise  $x$  tonnes d'engrais chimiques pour l'agriculture (ne pouvant pas dépasser 13 tonnes).

1. Le coût mensuel de production, exprimé en millier d'euros, est donné par  $p(x) = 0,5x^3 - 7,5x^2 + 38x$ .

a/ On admet que la fonction  $p$  est croissante sur  $[0 ; 13]$  : en donner la signification concrète pour le coût mensuel de production, et dresser le tableau de variations de  $p$ .

b/ Dans un repère orthogonal, construire la courbe  $\mathcal{C}$  représentant la fonction  $p$  (on prendra 1 cm pour l'unité sur l'axe des abscisses, et 1 cm pour 25 unités sur l'axe des ordonnées).

2. L'entreprise vend 20 milliers d'euros chaque tonne d'engrais produite.

On note  $r(x)$  la recette mensuelle, en millier d'euros, de  $x$  tonnes d'engrais vendues.

Exprimer  $r(x)$  en fonction de  $x$ , puis représenter la fonction  $r$  dans le même repère.

3. a/ Résoudre graphiquement l'équation  $r(x) = p(x)$ .

b/ Résoudre graphiquement l'inéquation  $r(x) > p(x)$ .

c/ Interpréter les deux résultats précédents pour l'entreprise.

4. On note  $b(x)$  le bénéfice mensuel, en millier d'euros, réalisé par la production et la vente de  $x$  tonnes d'engrais.

a/ Vérifier que, pour tout réel  $x \in [0 ; 13]$ ,

$$b(x) = -0,5x^3 + 7,5x^2 - 18x.$$

b/ À l'aide d'un traceur de courbe, déterminer graphiquement le signe de la fonction  $b$  sur  $[0 ; 13]$ , et dresser le tableau de signes de  $b$ . Quels résultats des questions précédentes retrouve-t-on ?

c/ Toujours à partir du graphique, estimer la quantité (à un quintal près) que doit produire l'entreprise pour que ce le bénéfice soit maximal ; préciser ce bénéfice maximal.

### 54 Influence d'une politique d'embauche sur le salaire

Dans une usine, le salaire mensuel, en euro, de chaque ouvrier dépend du nombre de salariés ; il est constitué :

- d'une somme variable égale au produit du nombre d'ouvriers par 15 ;
- d'une somme variable égale à une partie de la prime de 45 375 €, qui est partagée équitablement entre tous les ouvriers.

Actuellement, l'usine compte 50 ouvriers, mais la direction envisage d'embaucher  $x$  ouvriers supplémentaires.

a/ Quel est le salaire mensuel actuel de chacun des 50 ouvriers ?

b/ Montrer qu'avec l'embauche de  $x$  ouvriers, le salaire de chaque ouvrier est égal à :

$$s(x) = 750 + 15x + \frac{45\,375}{50 + x}.$$

c/ Déterminer graphiquement le tableau de variations de la fonction  $s$  ainsi définie sur  $[0 ; +\infty[$ . Interpréter toutes les informations du tableau pour l'ouvrier.

d/ Déterminer graphiquement le nombre minimal d'ouvriers qu'il faut envisager d'embaucher, pour que le salaire de chaque ouvrier (avec l'embauche de  $x$  ouvriers supplémentaires) soit strictement supérieur au salaire actuel de chacun des 50 ouvriers.